MECÁNICA ESTADÍSTICA - 5

PROBLEMAS

(los problemas con * se entregan hasta el 5 diciembre)

1. a) Para el aluminio $\mu(T=0)=11.7$ eV. ¿Hasta qué temperatura μ difiere de $\mu(T=0)$ en menos de 0.1% ?

b) Calcule la presión de un gas de Fermi a T=0. Exprese el resultado en atm para el aluminio. ¿Porqué los electrones no se evaporan del metal ?

2. Calcule

a) la fluctuación relativa de presión en el ensemble canónico,

b) la fluctuación relativa del número medio de ocupación (función de distribución) de los orbitales para las estadísticas de MB, FD y BE.

c) Demuestre la siguiente relación entre las fluctuaciones en el ensemble gran canónico y canónico:

$$\left\langle \Delta E^2 \right\rangle_{G.C.} = \left\langle \Delta E^2 \right\rangle_{C.} + \left\langle \Delta N^2 \right\rangle \left(\frac{\partial U}{\partial N} \right)_{V,T}^2$$

3. * Demostrar que para gases de MB, FD y BE se verifica siempre que $pV = \frac{2}{3}U$.

Observe que el 2 proviene de la relación de dispersión para partículas libres, mientras que el 3 proviene de la dimensión del espacio.

4. Calcule la primera corrección cuántica para la fugacidad de un gas.

5. Calcule en un gas de Bose ideal, para $z \neq 1$, en función de n,

a) las dos primeras correcciones a $\frac{pV}{NkT}=1$ (desarrollo de virial para correcciones cuánticas (pero sin interacciones)),

b) la primera corrección al valor clásico del calor específico.

6. Calcule el calor específico para un gas ideal de Bose para $T > T_c$. Hallar los límites para $z\to 1$ y $z\to 0$. Calcule la discontinuidad en $\frac{dC_V}{dT}$ para $T = T_c$.

7. Considere un núcleo de A nucleones, de radio nuclear $R = r_0 A^{1/3}$, con $r_0 = 1.3\ fm$. Calcule la concentración de nucleones por cm^3 y, suponiendo que $n_{protones} \approx n_{neutrones}$, calcule la energía de Fermi de MeV.

8. Muestre que en dos dimensiones C_V es la misma para un gas de FD y de BE.

9. a) Calcule el rendimiento de una lampara incandescente. El rendimiento se define como el cociente entre la energía radiada en el espectro visible dividido la energía total radiada. Considere que el filamento para lámparas de tungsteno-iodo tiene una temperatura de 3400 K..

b) Discuta la conveniencia de elevar la temperatura y grafique el rendimiento en función de T; calcule la temperatura en que hay un máximo.

(Al aumentar la temperatura el filamento se evapora con el tiempo, y termina por romperse; por otro lado el tungsteno se deposita en las paredes frías de la lámpara absorbiendo un porcentaje importante de radiación. El llenado de las ampollas con gases raros (argón, kriptón) disminuye la evaporación. En las lámparas de tungsteno-iodo se forma una mezcla de estos elementos que se vuelve a depositar en el filamento una vez que éste se enfría.)

10. * El espacio intergaláctico está ocupado por hidrógeno, con una densidad de un átomo por metro cúbico, además de la radiación de fondo de microondas de 2.9 K, proveniente del Big Bang. Compare la capacidad calorífica de la materia y de la radiación en el espacio.

11. El fondo de radiación de 2.9 K proviene del momento en que el plasma primordial de electrones y protones estaba en equilibrio térmico con la radiación electromagnética, con la que interactuaba fuertemente en todas las frecuencias. A 3000 K este plasma deja de existir, desacoplándose la radiación y la materia, ya que a partir de entonces la interacción entre radiación y materia sólo es posible a la frecuencia de las rayas espectrales del hidrógeno. Resulta entonces que a partir de ese momento el número de fotones del universo es aproximadamente constante.
a) Calcule el cociente de los radios del universo actual con el del momento en que se produce el desacoplamiento de materia y radiación.
b) Si el radio del universo aumentó linealmente con el tiempo, a que fracción de la edad actual del universo tuvo lugar el desacoplamiento? Que tiempo es este si la edad del universo es de 15.000 millones de años?
c) Calcule el trabajo hecho por los fotones (presión de radiación) durante la expansión.

12. La velocidad de las ondas sonoras longitudinales de He^4 líquido a temperatura por debajo de 0,6 K es $2.383\ 10^4$ cm/s. No hay ondas sonoras transversales en el líquido. La densidad es 0.145 g/cm^3.
a) Calcule la temperatura de Debye.
b) calcular, en la teoría de Debye, la capacidad calorífica por gramo y comparar con el valor experimental $C_V = 0.0204T^3$. La dependencia en T^3 del valor experimental sugiere que los fonones son las excitaciones más importantes del He líquido por debajo de 0,6 K.

13. Calcule la capacidad calorífica de un cuerpo negro a temperatura T. Considere un sólido dieléctrico que satisface la ley de Dulong y Petit a temperatura ambiente (300 K). Compare la contribución de la radiación de cuerpo negro en el sólido con la capacidad proveniente de los fonones. Compare las capacidades a muy bajas temperaturas.

14. * Determine la dependencia en T del calor específico de la red un sólido D dimensional a bajas temperaturas.

15. a) Determine la temperatura del sol, admitiendo que radía como un cuerpo negro y sabiendo que la potencia que se recibe en la tierra es de 1.2 kW/m^2 (distancia sol-tierra= 8 minutos-luz; radio del sol = 109 radios terrestres}
b) Suponga que los planetas se comportan como cuerpos negros expuestos a la radiación solar. Calcule la temperatura de los mismos y compare con las mediciones siguientes:

	Mercurio	Venus	Tierra	Luna	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Neptuno
T, lado ilum.	600	740	295	400	250	120	90	65	50
Dist. relat.	0.4	0.7	1	1	1.5	5.2	9.5	19.2	30