MECÁNICA ESTADÍSTICA - 2

PROBLEMAS

(los problemas con * se entregan hasta el 1 octubre 2003)

12. Considere la dependencia del número de estados accesibles con la energía para partículas libres. Sea $\Phi(E)$ el número de estados con energía menor que E, y $\Omega(E)$ el número de estados por unidad de energía, a energía E ($\Omega(E) = d\Phi(E)/dE$).

a) Para una partícula en una caja cúbica de volumen $V=L^3$ con energía grande (¿qué significa esto?) calcule las dos funciones anteriores.

b) Calcule el número de estados entre E y $E+\Delta E$ para un átomo de hierro en una caja de 10 cm a 300 K, siendo $E=3/2k_BT$ y $\Delta E=E/100$.

c) Calcule, para partículas en una caja, la dependencia de $\Phi(E)$ con la energía total, el número de partículas y el volumen. (dato: el volumen de una esfera de N dimensiones y radio R es $V_N=\pi^{N/2}R^N/\Gamma(N/2+1)$).

d) Con los valores de la parte b) calcule $\Phi(E+\Delta E)/\Phi(E)$ para $N\approx10^{23}$.

13.* Considere un sistema macroscópico a temperatura ambiente.

a) Calcule el porcentaje de aumento del número de estados accesibles si la energía aumenta 0.001 eV.

b) Suponga que el sistema absorbe un fotón de energía 5000Å. ¿En qué factor aumenta el número de estados accesibles?

14. Considere una partícula con dos niveles de energía posibles $\pm\varepsilon/2$. Calcule la energía, su dispersión y la capacidad calorífica a temperatura T. Compare con el ejemplo dado en clase.

15. * En el modelo del sólido de Einstein se puede introducir una dependencia en el volumen de forma fenomenológica haciendo que la frecuencia w sea una función de v=V/N de la forma $w = w(v) = w_0 - A \ln v / v_0$ donde las constantes w_0, A y v_0 son positivas. Calcule el coeficiente de dilatación y de compresibilidad isotérmica en este modelo ($\alpha=1/V\ \partial V/\partial T|_{p,N}$; $K_T= -1/V\ \partial V/\partial p|_{T,N}$).

16. * Considere un gas de N partículas distribuidas en V células ($N \leq V$). Suponga que cada célula puede estar vacía u ocupada por una única partícula. Calcule la entropía por partícula $s=s(v)$ con $v=V/N$. Obtenga una expresión para la ecuación de estado p/T. Escriba una expansión de p/T en términos de la densidad $\rho=1/v$. Muestre que el primer término de esa expansión es la ley de Boyle de los gases ideales. Grafique cualitativamente μ/T , donde μ es el potencial químico, en función de la densidad. ¿Cuál es el comportamiento del potencial químico en los límites $\rho \to 0$ y $\rho \to 1$?

17. Calcule la primera corrección a la ley de Dulong y Petit en el modelo de Einstein.